

## Matemática e suas Tecnologias

**Olá, estudante!**

O Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), sem dúvidas, é hoje a principal porta de entrada para a universidade, trazendo muitas expectativas para os alunos que estão prestes a fechar um importante ciclo de sua vida estudantil, para iniciar um novo. Entrar na universidade é um marco na vida de qualquer pessoa, e o caminho para chegar lá requer muita disciplina e dedicação. Estudar é sempre o melhor caminho.

Para ajudar os estudantes nessa jornada, separamos diversos materiais com questões preparatórias para o ENEM, obedecendo à estrutura aplicada no exame e à Matriz de Referência.

Todo o material tem como ponto de partida o Raio X do Enem SAS, uma pesquisa realizada por nós, que analisa os conteúdos que mais caíram no Exame entre os anos de 2009 e 2021.

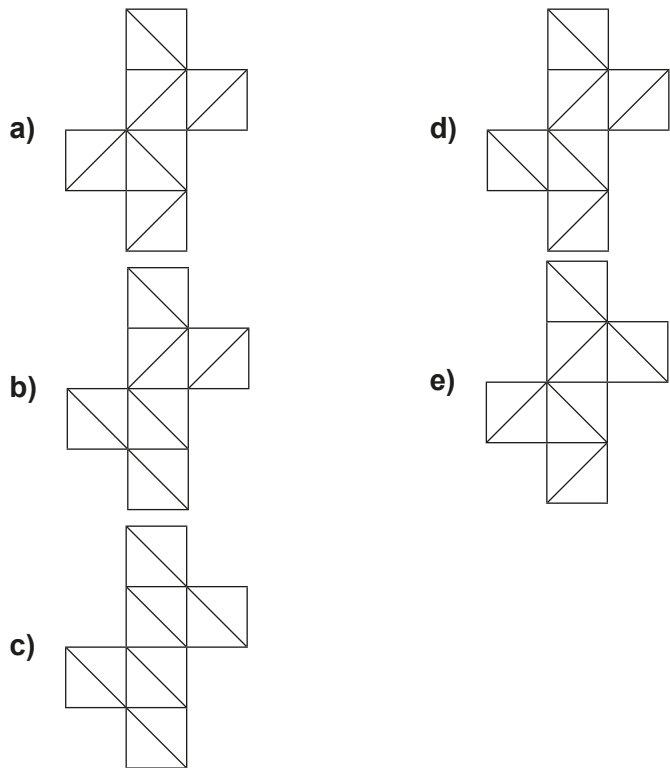
Esperamos que estas questões ajudem você a potencializar seus conhecimentos, desenvolver habilidades diversas e a ampliar sua visão de mundo.

**Bons estudos!**

**Questão 1**

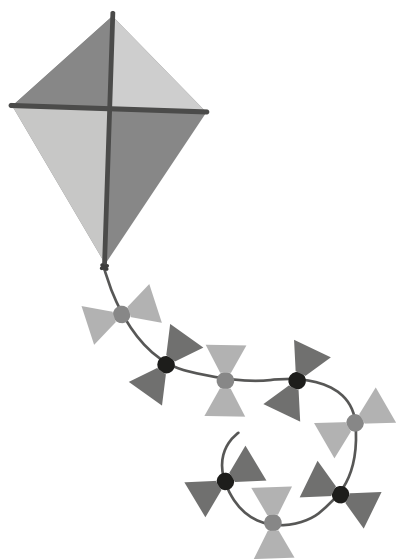
A partir de uma face qualquer de um cubo, ligam-se dois vértices não consecutivos, que também se ligarão aos vértices não consecutivos das outras faces a que pertencem, e assim sucessivamente, até que não haja uma face do cubo que não possua segmentos unindo dois vértices não consecutivos.

Qual planificação pode representar corretamente um cubo com as marcações descritas?



**Questão 2**

Uma pipa de papel é formada por um losango cujas diagonais medem 60 cm e 40 cm. Ela possui uma rabiola com 8 laços, feitos do mesmo papel, construídos por meio da união de uma circunferência de diâmetro 4 cm e dois trapézios isósceles idênticos. Cada trapézio tem base de medidas 4 cm e 6 cm e altura igual a 8 cm.



Considere 3,1 como aproximação para  $\pi$ .

A área, em centímetro quadrado, do papel utilizado na elaboração dessa pipa é igual a

- a) 1292,4.
- b) 1619,2.
- c) 1939,2.
- d) 2236,8.
- e) 3139,2.

**Questão 3**

O trovão é o efeito sonoro do raio. O intervalo de tempo percebido entre os momentos em que o raio é visto e ouvido é resultado da diferença entre as velocidades da luz e do som. Com base nessa diferença, é possível estimar a distância entre o local onde o raio ocorreu e o ponto onde seu barulho foi escutado. Para isso, utiliza-se a velocidade do som como 340 m/s.

Uma pessoa avistou um raio e contou três segundos e meio até que escutasse o trovão. Em seguida, avistou outro raio no sentido diametralmente oposto ao primeiro e contou cinco segundos e quatro décimos de segundo até ouvir o trovão.

Considere 3 como aproximação para  $\pi$ .

Sendo circular a nuvem de chuva e considerando que os raios ocorreram em sua extremidade, pode-se estimar que a área da cidade coberta pela chuva está entre

- a) 0 e 1 km<sup>2</sup>.
- b) 1 e 2 km<sup>2</sup>.
- c) 4 e 5 km<sup>2</sup>.
- d) 6 e 7 km<sup>2</sup>.
- e) 10 e 11 km<sup>2</sup>.

**Questão 4**

Uma empresa de cosméticos comercializa sabonetes em caixas de papelão de formato cúbico. Desejando atualizar a imagem do produto, a empresa planeja mudar o formato da caixa para um cilindro circular reto cujo raio da base tem a mesma medida da aresta da caixa original. A nova caixa terá a mesma altura da antiga.

Utilize 3,14 como aproximação para  $\pi$ .

Com essa mudança, a área da superfície lateral da caixa passará a ser

- a) 4,7% maior.
- b) 57% maior.
- c) 109% maior.
- d) 21,5% menor.
- e) 78,5% menor.

**Questão 5**

Um esmeril é um instrumento utilizado para afiar facas e utensílios domésticos de modo geral. O formato mais conhecido é de um disco que gira a uma alta velocidade, afiando rapidamente as lâminas.

Certo disco de esmeril tem 35 cm de diâmetro e 3 cm de espessura. O fabricante dessa peça afirma que, a cada quilômetro de lâmina afiada, considerando as várias passagens da lâmina pelo esmeril, o disco se desgasta, diminuindo seu raio em 1 cm. No centro do disco, há uma peça circular com 5 cm de diâmetro que serve como base de encaixe para o esmeril.

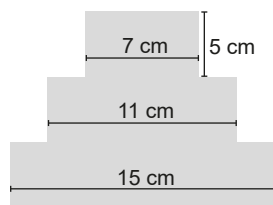
Considere  $\pi = 3$ .

Ao retirar a peça de encaixe após afiar meia centena de milhar de facas com lâminas de 20 cm, o volume restante do disco é

- a) 168,75 cm<sup>3</sup>.
- b) 450,00 cm<sup>3</sup>.
- c) 506,25 cm<sup>3</sup>.
- d) 2544,75 cm<sup>3</sup>.
- e) 5400,00 cm<sup>3</sup>.

**Questão 6**

Uma empresa que confecciona cartões produzirá alguns com o tema “aniversário” cujo formato lembra um bolo de três andares. Cada andar corresponde a um retângulo de mesma altura, cujas dimensões estão indicadas a seguir.



Após estudos sobre a posição dos cortes, os técnicos da empresa calcularam que o total de papel a ser comprado deve ser acrescido em 20% devido às perdas dos cortes.

Quantos metros quadrados de papel devem ser comprados para a produção de 50 000 cartões?

- a) 165
- b) 650
- c) 780
- d) 825
- e) 990

**Questão 7**

O sistema de numeração binário é usado para representar os números na base 2, sendo constituído por dois algarismos: 0 e 1. Já o sistema de numeração hexadecimal representa os números na base 16 e é composto por 16 dígitos: os algarismos de 0 a 9 e as letras de A a F. Cada dígito no sistema hexadecimal representa quatro dígitos binários, conforme a tabela de conversão a seguir.

Hexadecimal	Binário
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Assim, o número hexadecimal B25 é representado como 101100100101 em binário, já que B = 1011, 2 = 0010 e 5 = 0101. Para realizar a conversão de um número binário em hexadecimal, basta fazer o processo inverso.

FREITAS, Marcelo. Como converter hexadecimal para binário e hexadecimal para decimal. Blog da TSI – Tecnologia e Segurança da Informação, 24 ago. 2016. Disponível em: <https://blog.tecnologiaesi.com.br>. Acesso em: 8 fev. 2018. (adaptado)

A representação do número binário 100111101011 no sistema hexadecimal é

- a) 9EB.
- b) 9FB.
- c) BE9.
- d) D79.
- e) DF9.

**Questão 8**

Em um estado, existem três grandes rodovias, que medem 360 km, 270 km e 210 km. Postos de combustível serão instalados ao longo de toda a extensão de cada rodovia, de modo que a distância entre eles seja sempre a mesma nas três rodovias. O custo estimado na instalação de cada posto é de R\$ 500 000,00.

Sabendo que haverá um posto no início e no fim de cada rodovia, o menor custo possível na instalação de todos eles será, em milhões de reais, igual a

- a) 14,0.
- b) 15,0.
- c) 15,5.
- d) 17,0.
- e) 31,5.

**Questão 9**

Uma moça foi a uma concessionária de automóveis negociar a compra de um carro recém-lançado, cujo preço promocional de lançamento é de R\$ 115 000,00, sujeito a aumento nos próximos meses. No momento, a jovem dispõe da quantia de R\$ 100 000,00, no entanto, o gerente da concessionária informou que conseguiria “congelar” o preço promocional do veículo por um prazo de até quatro meses.

Suponha que, para comprar o carro pelo valor de lançamento, a moça aplicasse a quantia de que dispõe a uma taxa de juros simples de 2,5% ao mês.

Nessas condições, ela conseguiria comprar o carro

- a) somente se o prazo mínimo de congelamento fosse de 5 meses.
- b) somente se o prazo mínimo de congelamento fosse de 6 meses.
- c) logo após o fim do 1o mês da aplicação da quantia.
- d) logo após o fim do 2o mês da aplicação da quantia.
- e) logo após o fim do 4o mês da aplicação da quantia.

**Questão 10**

Carlos e Marina estão brincando de adivinhar números. Carlos pensa em um número e desafia Marina a tentar descobri-lo. Para tanto, ele informa que o número tem as seguintes características:

- É um inteiro entre 10 mil e 40 mil.
- Tem o algarismo das unidades maior que o das dezenas, e o das dezenas maior que o das centenas.
- É um palíndromo, isto é, tem a mesma sequência de algarismos quando lido da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda (por exemplo, 2552).

Com essas informações, é possível que Marina descubra, com certeza, em que número Carlos pensou?

- a) Sim, e o número pensado por ele está entre 20 mil e 30 mil.
- b) Sim, e o número pensado por ele está entre 30 mil e 40 mil.
- c) Não, pois há um total de três números com tais características.
- d) Não, pois há um total de quatro números com tais características.
- e) Não, pois há um total de seis números com tais características.

**Questão 11**

Um estacionamento de um *shopping* utiliza a tabela a seguir para cobrar os motoristas que utilizam seus serviços durante certo tempo.

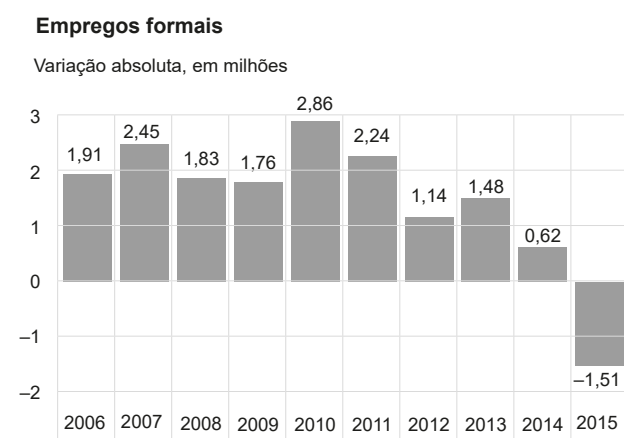
Tempo de utilização	Valor a pagar
Até 1 hora	R\$ 5,00
A partir de 1 hora	R\$ 3,50 por hora adicional
Qualquer fração de hora equivale ao valor de uma hora inteira.	

Um motorista que deixou seu carro neste estacionamento às 11h e retirou às 14h30min do mesmo dia pagou o equivalente a

- a) R\$ 10,50.
- b) R\$ 12,00.
- c) R\$ 13,75.
- d) R\$ 14,00.
- e) R\$ 15,50.

**Questão 12**

O Brasil perdeu 1,510 milhão de empregos formais em 2015, segundo dados da Relação Anual de Informações Sociais (RAIS) divulgados pelo Ministério do Trabalho [...]. O resultado é o pior da série da pesquisa, iniciada em 1985.



Fonte: Rais

BRASIL perdeu 1,51 milhão de empregos formais em 2015. G1, São Paulo, 16 set. 2016. Disponível em: <<http://g1.globo.com>>. Acesso em: 5 abr. 2018.

A mediana do número de empregos formais, em milhões, no período de 2006 a 2015 é

- a) 2,550.
- b) 2,185.
- c) 1,795.
- d) 1,780.
- e) 1,478.

**Questão 13**

Um treino de *CrossFit* denominado Murph consiste na realização sequencial de 1,6 km de corrida, 100 elevações na barra (*pull-up*), 200 flexões de braço (*push-up*), 300 agachamentos livres (*air squat*) e mais 1,6 km de corrida. A tabela exhibe o gasto energético de cada exercício que faz parte desse treino.

Exercício	Gasto energético
100 m de corrida	8 kcal
1 elevação na barra	1 kcal
1 flexão de braço	0,75 kcal
1 agachamento livre	4 kcal

Admita que a perda de 1 kg de massa corporal requer um gasto energético de 3500 kcal.

A quantidade de massa corporal, em grama, perdida após a realização do Murph é mais próxima de

- a) 450.
- b) 490.
- c) 990.
- d) 1020.
- e) 1060.

**Questão 14**

Para diminuir o custo de produção de uma estatueta de mármore, uma empresa decidiu reduzir em 10% as medidas de cada uma de suas dimensões. Visando compensar os compradores, a empresa concedeu 30% de desconto no preço da peça.

Um analista da empresa resolveu comparar o desconto concedido àquele que seria dado caso o preço da estatueta variasse proporcionalmente ao seu volume.

O analista concluiu que, em relação ao desconto proporcional ao volume, o desconto que foi dado pela empresa é

- a) 2,9% menor.
- b) 0,1% menor.
- c) equivalente.
- d) 0,1% maior.
- e) 2,9% maior.

**Questão 15**

O agronegócio continua sendo um dos principais pilares do desenvolvimento econômico do país e a sustentação de nossa balança comercial, sendo o sistema agroindustrial da carne bovina um dos mais dinâmicos no setor.

O Produto Interno Bruto (PIB) do Brasil chegou a R\$ 5,9 trilhões em 2015, enquanto o PIB do agronegócio alcançou 21% do PIB total brasileiro. Já o PIB da pecuária chegou a R\$ 400,7 bilhões.

PERFIL da pecuária brasileira em 5 gráficos. Instituto de Estudos Pecuários. Disponível em: <<http://iepec.com>>. Acesso em: 3 abr. 2018. (adaptado)

O PIB da pecuária representa, em relação ao PIB do agronegócio, um percentual de, aproximadamente,

- a) 15%.
- b) 19%.
- c) 28%.
- d) 32%.
- e) 68%.

**Questão 16**

Cinco alunos participam de um projeto em que cada um deve gerir uma empresa. Ao estudarem princípios financeiros que regem a produção e o consumo, perceberam que o cálculo da participação de uma empresa no mercado (fatia de mercado) é diretamente proporcional à qualidade do produto e ao investimento em marketing e é inversamente proporcional ao preço desse produto. Com base nesses dados, os alunos elaboraram valores para definir a “fatia de mercado” de cada empresa, conforme a tabela a seguir.

Nome	Qualidade do produto	Investimento em marketing	Preço
Alonso	100%	R\$ 5 000,00	R\$ 2,50
Brenda	95%	R\$ 5 500,00	R\$ 3,00
Cícero	95%	R\$ 6 000,00	R\$ 3,50
Davi	100%	R\$ 5 500,00	R\$ 3,00
Eduardo	90%	R\$ 6 000,00	R\$ 2,50

De acordo com os dados, o aluno que obteve a maior fatia de mercado foi

- a) Alonso.
- b) Brenda.
- c) Cícero.
- d) Davi.
- e) Eduardo.

**Questão 17**

Devido à escassez de água em uma cidade, a prefeitura resolveu enviar diariamente três caminhões-pipa de mesma capacidade para ajudar no abastecimento de água para as famílias necessitadas. Como os caminhões esvaziaram no meio da primeira viagem, foi necessário voltar para reabastecê-los com água.

No local do abastecimento, ficam disponíveis duas mangueiras de vazões constantes distintas. O técnico responsável começou a encher dois dos três tanques simultaneamente, um com cada mangueira. O primeiro caminhão-pipa ficou completamente cheio em 80 minutos, enquanto o segundo levou 120 minutos. Logo após, as duas mangueiras foram ligadas simultaneamente para encher o terceiro tanque.

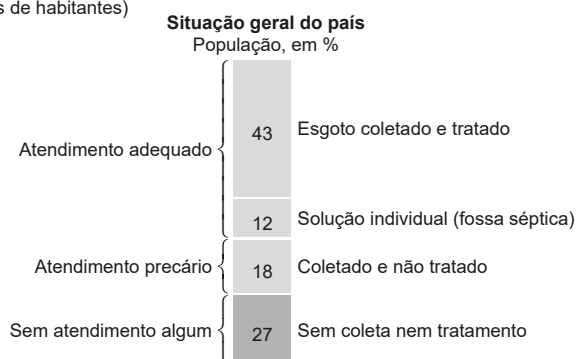
O tempo necessário para abastecer completamente o tanque do último caminhão-pipa foi

- a) 8 minutos.
- b) 48 minutos.
- c) 1 hora e 20 minutos.
- d) 1 hora e 24 minutos.
- e) 1 hora e 40 minutos.

**Questão 18**

**ESGOTO EM NÚMEROS**

Considerando a população urbana do Brasil (168 milhões de habitantes)



Folha de S.Paulo, 25 set. 2017.

Os dados apresentam o destino do esgoto gerado pela população urbana do Brasil em setembro de 2017.

Analisando as informações do gráfico, pode-se afirmar que o número de brasileiros da zona urbana, em milhões, que não possuem atendimento adequado é

- a) 30,24.
- b) 45,00.
- c) 45,36.
- d) 72,24.
- e) 75,60.

**Gabarito**

- |      |       |
|------|-------|
| 1. E | 10. D |
| 2. C | 11. E |
| 3. D | 12. C |
| 4. B | 13. B |
| 5. B | 14. E |
| 6. E | 15. D |
| 7. A | 16. E |
| 8. C | 17. B |
| 9. B | 18. E |

**COMENTÁRIOS**

**1) E**

Ligando-se dois vértices não consecutivos da face de um cubo, tem-se uma diagonal dessa face. De acordo com a descrição, foi traçada uma diagonal em cada face do cubo, de modo que cada uma delas compartilha um vértice com a diagonal de cada face adjacente. Tal situação só ocorre na planificação desta alternativa.

**2) C**

Calculam-se as áreas do corpo da pipa e de cada laço:

Área do corpo da pipa (losango de diagonais 60 cm e 40 cm):

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{60 \cdot 40}{2} = 1200 \text{ cm}^2$$

Área de cada laço (circunferência de raio 2 cm – já que o diâmetro mede 4 cm – e dois trapézios de bases 4 cm e 6 cm e altura de 8 cm):

$$\pi r^2 + 2 \cdot \frac{(B+b) \cdot h}{2} = 3,1 \cdot 2^2 + 2 \cdot \frac{(6+4) \cdot 8}{2} = 92,4 \text{ cm}^2$$

Como são 8 laços, a área total procurada é:

$$1200 + 8 \cdot 92,4 = 1939,2 \text{ cm}^2$$

**3) D**

Considerando os tempos de contagem e a velocidade sugerida no texto, tem-se:

$$r = \frac{(3,5 + 5,4) \cdot 340}{2} = 8,9 \cdot 170 = 1513 \text{ m}$$

$$A = \pi \cdot 1513^2 = 6867507 \text{ m}^2 = 6,867507 \text{ km}^2$$

**4) B**

Considerando a medida da aresta da caixa cúbica original como a, sua área lateral é  $4a^2$ . A nova caixa é um cilindro circular reto com altura e raio da base de medida a. Assim, sua área lateral é:

$$2\pi rh = 2 \cdot 3,14 \cdot a \cdot a = 6,28a^2$$

Comparando as áreas, tem-se:

$$\frac{6,28a^2 - 4a^2}{4a^2} = \frac{2,28}{4} = 0,57, \text{ o que corresponde a um aumento de } 57\%.$$

**5) B**

Após serem afiadas 50 000 facas com 20 cm de lâmina cada uma, será afiado um total de 1 000 000 cm de lâmina, que é igual a 10 km. Assim, o raio do disco terá diminuído 10 cm, passando a 7,5 cm. Calcula-se, então, o volume do esmeril que ainda pode ser usado:

$$V = h \cdot (\pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2)$$

$$V = 3 \cdot (3 \cdot 7,5^2 - 3 \cdot 2,5^2)$$

$$V = 3 \cdot (168,75 - 18,75)$$

$$V = 3 \cdot 150 = 450 \text{ cm}^3$$

**6) E**

Área do cartão =  $A1 + A2 + A3$

$$\text{Área do cartão} = 15 \cdot 5 + 11 \cdot 5 + 7 \cdot 5 = 165 \text{ cm}^2$$

$$120\% \text{ de } 165 \text{ cm}^2 = 198 \text{ cm}^2$$

$$50000 \cdot 198 \text{ cm}^2 = 9900000 \text{ cm}^2 = 990 \text{ m}^2$$

## 7) A

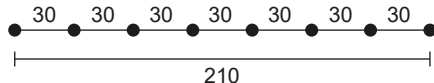
Cada dígito no sistema hexadecimal representa quatro dígitos binários. Agrupando os algarismos do número binário fornecido e verificando a correspondência na tabela, tem-se:

1001	1110	1011
9	E	B

## 8) C

Para que a quantidade de postos seja a menor possível, com a distância entre eles sendo sempre a mesma em cada rodovia, determina-se m.d.c.(360, 270, 210), que é 30. Assim, em cada rodovia, a distância entre os postos é 30 km.

Para determinar o número de postos, observe o caso da rodovia de 210 km:



Como se observa no esquema, na rodovia de 210 km, existem  $\frac{210}{30} + 1 = 8$  postos (adiciona-se uma unidade porque também há um posto no início da rodovia). Analogamente, o número de postos nas outras duas rodovias é:  $\frac{270}{30} + 1 = 10$  e  $\frac{360}{30} + 1 = 13$ . Assim, haverá um total de  $8 + 10 + 13 = 31$  postos, o que corresponde a um custo de  $31 \cdot 500\,000 = 15,5$  milhões de reais.

## 9) B

Aplicando R\$ 100 000,00 a uma taxa de juros simples de 2,5% ao mês, o tempo necessário para obter o montante de R\$ 115 000,00 é calculado por:

$$M = C \cdot (1 + i \cdot t) \Leftrightarrow 115\,000 = 100\,000 \cdot (1 + 0,025t) \Leftrightarrow$$

$$15\,000 = 2\,500t \Leftrightarrow t = 6 \text{ meses}$$

## 10) D

O número pensado tem a forma **abcba**, pois é um palíndromo de 5 algarismos. Por estar entre 10 mil e 40 mil, a pode ser 1, 2 ou 3. Pela condição sobre os algarismos das unidades, dezenas e centenas, há um total de 4 possibilidades: 32 123, 32 023, 31 013 ou 21 012.

## 11) E

O carro ficou no estacionamento das 11h às 14h30min, ou seja, ficou por 3 horas e 30 minutos.

Como uma fração de hora equivale a uma hora inteira, o motorista terá que pagar o valor de 4 horas.

A primeira hora custa: R\$ 5,00

As três horas restantes custam:  $3 \cdot 3,50 = 10,50$

Total: R\$ 5,00 + R\$ 10,50 = R\$ 15,50

## 12) C

Ordenando os dados do gráfico, tem-se:

-1,51; 0,62; 1,14; 1,48; 1,76; 1,83; 1,91; 2,24; 2,45; 2,86.

A mediana é a média aritmética dos dois termos centrais na sequência dos dados ordenados:

$$\frac{1,76 + 1,83}{2} = 1,795$$

## 13) B

Calcula-se o gasto energético no treino:

■ 2 corridas de 1,6 km = 3 200 m  $\rightarrow 32 \cdot 8 = 256$  kcal

■ 100 elevações na barra  $\rightarrow 100 \cdot 1 = 100$  kcal

■ 200 flexões de braço  $\rightarrow 200 \cdot 0,75 = 150$  kcal

■ 300 agachamentos livres  $\rightarrow 300 \cdot 4 = 1\,200$  kcal

Logo, o gasto energético total é de 1 706 kcal. Como 3 500 kcal gastas equivalem à perda de 1 kg, a massa corporal perdida no treino é:

$$\frac{1\,706}{3\,500} \approx 0,49 \text{ kg} = 490 \text{ g}$$

## 14) E

Como a estatueta é um objeto tridimensional, com a redução de 10% em cada dimensão, cada uma delas passou a ter 90% de seu tamanho original. Realizando o produto das três dimensões, tem-se:

$$90\% \cdot 90\% \cdot 90\% = (0,9)^3 = 0,729 =$$

72,9% do volume original.

Logo, o desconto proporcional ao volume seria:

$$100\% - 72,9\% = 27,1\%$$

Portanto, o desconto concedido (30%) é 2,9% maior.

## 15) D

O PIB total brasileiro foi de 5,9 trilhões de reais, o que equivale a 5 900 bilhões de reais. Assim, o PIB do agronegócio corresponde a 21% de 5 900 bilhões = 1 239 bilhões. Desse modo, o PIB da pecuária representa, em relação ao do agronegócio, o seguinte percentual:

$$\frac{400,7 \text{ bi}}{1\,239 \text{ bi}} \approx 0,323 \approx 32\%$$

## 16) E

Para resolver essa questão, é preciso aplicar em cada uma das cinco linhas da tabela o que é dito no enunciado. Assim, considerando os dados de Eduardo, tem-se:

$$\frac{0,90 \cdot 6\,000}{2,5} = \frac{5\,400}{2,5} = 2\,160$$

Dessa forma, comparando os resultados obtidos com base nos dados da tabela, verifica-se que Eduardo apresentou o maior valor relativo em relação à fatia de mercado.

## 17) B

Como 80 min =  $\frac{4}{3}$  h e 120 min = 2 h, tem-se:

Mangueira 1:

$$1 \text{ tanque} \text{ — } \frac{4}{3} \text{ h} \Rightarrow \text{Vazão: } \frac{3}{4} \text{ tanque/hora}$$

Mangueira 2:

$$1 \text{ tanque} \text{ — } 2 \text{ h} \Rightarrow \text{Vazão: } \frac{1}{2} \text{ tanque/hora}$$

Dessa forma, em uma hora com as duas mangueiras ligadas, enche-se  $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$  do terceiro tanque. Obtém-se o tempo necessário para abastecê-lo completamente pela seguinte regra de três:

$$\frac{5}{4} \text{ tanque} \text{ — } 1 \text{ h}$$

$$1 \text{ tanque} \text{ — } x$$

$$x = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ h} = 48 \text{ min}$$

## 18) E

De acordo com o gráfico, não possuem esgoto tratado aqueles que não têm acesso a atendimento algum ou possuem atendimento precário. Assim, 45% da população (27% + 18%) está nessa situação. Calculando-se a quantidade de brasileiros viventes na zona urbana, tem-se: 45% de 168 milhões, ou seja, 75,6 milhões.